

Pilot Study: Risk Limiting Audits Denmark 99.9%

Carsten Schürmann
DemTech

(joined work with Philip Stark, Berkeley,
Daniel Gustafsson, ITU)



Facts

- Country: Denmark
- Election: EU Parliament Election 2014
- No electronic voting machines used
- 13 seats to be filled
- Voting System: d'Hondt



Election Result 2014

Stemmer

Parti	Antal	Pct.	Mandater
A. Socialdemokratiet	435.245	19,1%	3
B. Radikale Venstre	148.949	6,5%	1
C. Det Konservative Folkeparti	208.262	9,1%	1
F. SF - Socialistisk Folkeparti	249.305	11,0%	1
I. Liberal Alliance	65.480	2,9%	-
N. Folkebevægelsen mod EU	183.724	8,1%	1
O. Dansk Folkeparti	605.889	26,6%	4
V. Venstre, Danmarks Liberale Parti	379.840	16,7%	2
I alt gyldige stemmer	2.276.694		
Blanke stemmer	47.594		
Andre ugyldige stemmer	7.929		
I alt ugyldige stemmer	55.523		
I alt afgivne stemmer	2.332.217		

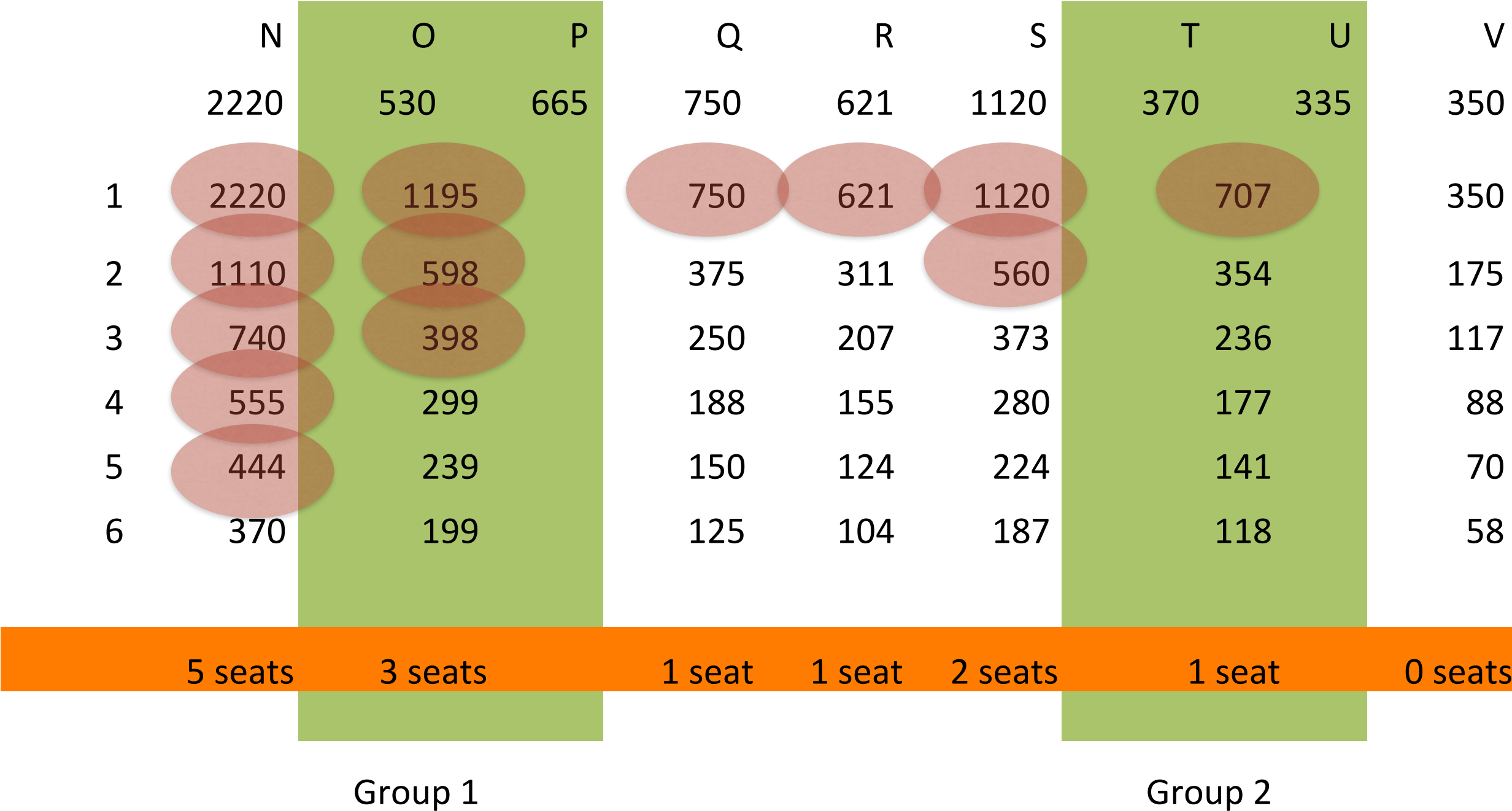
I alt afgivne stemmer

2.332.217

I alt gyldige stemmer

2.276.694

Danish EU-d'Hondt



Task 1: Ballot Manifest

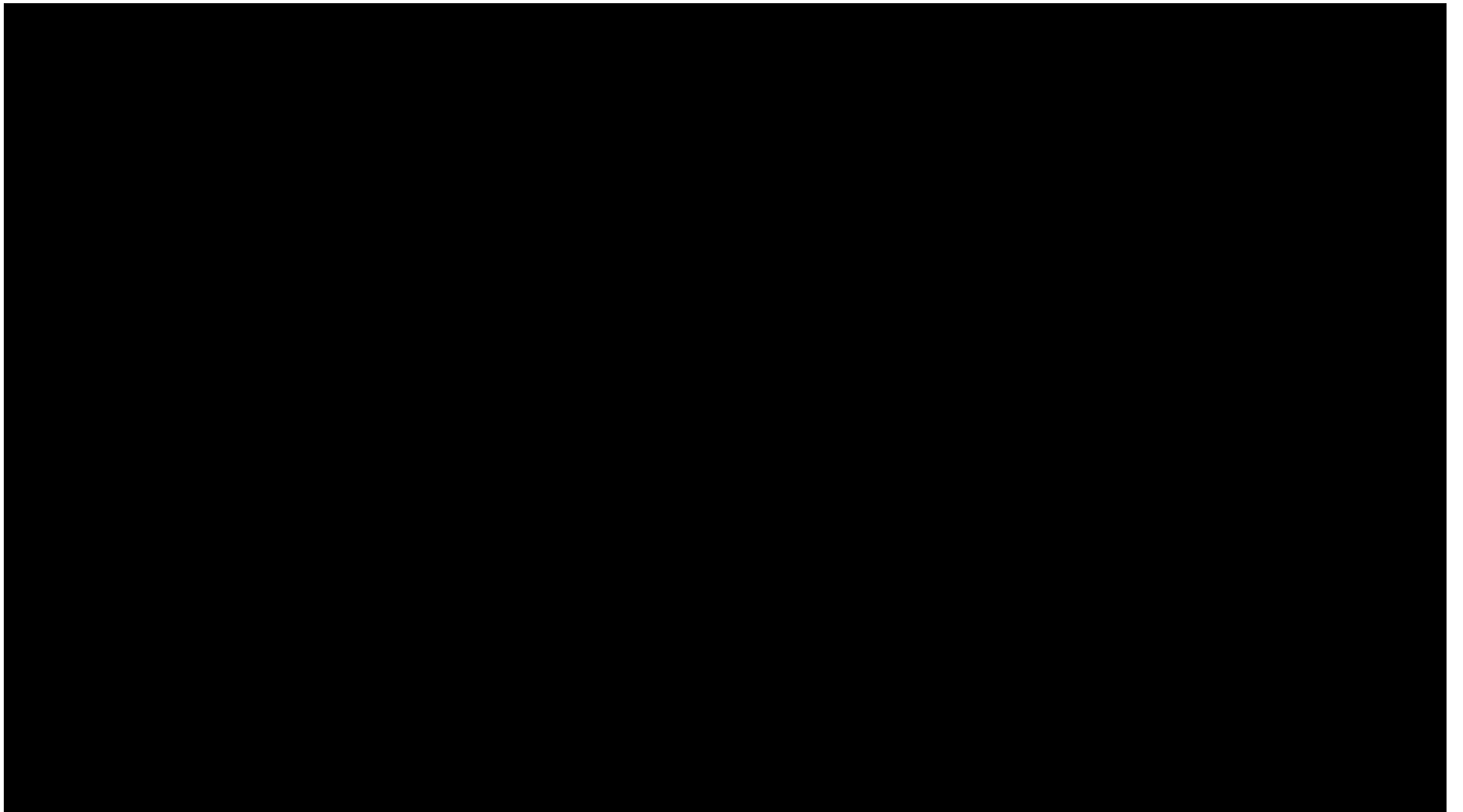
Sort and stack

- Municipality
- [Polling Station]
- Party
- Candidate

Total order



Task 2: Create Entropy



Task 3: Margins

- Using [Stark and Teague'15]
- Two coalitions
- Margins: European Election 2014
8894, 29359, 30133,
38406, 43720, 52121,
59122, 68793, 79480
- Compare to margins: Parliament
Election 2011

168, 222, 261, 305,
348, 369, 370, 394,
424, 562, 623, 810



- Two independent implementations
- Hand-verified in SML
 - iPython/Javascript

6715521560

Task 4: Compute Sample Size

- Set risk limit: $\alpha=0.1\%$
- Set correction rate: $\gamma=95\%$
- EU valg 2014: **1903** ballots
- Folkeafstemmning 2014: **60** ballots

Task 5: Ballot Selection

```
seed = "90755425186715521560"  
max = 2332217  
for i=1 to samplesize do  
  x = seed ^ "," ^ i  
  y = sha256 (x)  
  z = decimal (y)  
  b = z mod max  
end
```

6715521560

Task 5: Ballot Selection

x = 90755425186715521560,1
y = 7645f9ae9c595a746680422f1128ca9a15a20969d6bc4dc29de0c80cbb3ca30e
z = 53496551822631688613164313978896865336188276370627612613794903894970886562574
b = 730453

x = 90755425186715521560,2
y = c031aa03efc7163a6da66e1f3c059b57261e0c864d5f0b9c5cf71d09d72b8239
z = 86931815837171619077032988664205047054886690685215289879619413462215853572665
b = 342138

x = 90755425186715521560,3
y = ec1c10f587a008153e5535054376f022d35067cc46a9772a751c7c6838582c1d
z = 106795421030876137064660138541811782466513860225192217956977624287538016955421
b = 148372

x = 90755425186715521560,4
y = 064d327220df53172f30d865ca760e06fe1edaef2997d6bea13c4dbf10ae2e6d
z = 2850272479700657240832782917117003460102933349844076648905383705664639872621
b = 2286944

6715521560

Task 5: Ballot Selection

```
"Københavns Omegns Storkreds": "Gladsaxe Kommune": "3. Gladsaxe": "Hovedbiblioteket": 1YES:1621
"Københavns Omegns Storkreds": "Rødovre Kommune": "4. Rødovre": "Tinderhøj": 1YES:334
"Københavns Omegns Storkreds": "Brøndby Kommune": "6. Brøndby": "Brøndbyvester Skole": 1YES:317
"Københavns Omegns Storkreds": "Høje-Taastrup Kommune": "7. Taastrup": "Fløng Hallen": 1YES:200
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "1. Østerbro": "1. Nord": 1YES:1602
"Københavns Storkreds": "Frederiksberg Kommune": "11. Slots": "11. Kreds; Lindevang": 2NO:549
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "2. Sundbyvester": "2. Sundbyvester": 2NO:1590
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "3. Indre By": "3. Øst": 1YES:2194
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "5. Nørrebro": "5. Nord": 1YES:1900
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "6. Bispebjerg": "6. Syd": 1YES:49
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "7. Brønshøj": "7. Katrinedal": 1YES:733
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "7. Brønshøj": "7. Nordvest": 1YES:1137
"Københavns Storkreds": "København Kommune": "7. Brønshøj": "7. Vest": 1YES:1455
"Nordsjællands Storkreds": "Helsingør Kommune": "1. Helsingør": "1. Nord": 1YES:1602
"Nordsjællands Storkreds": "Fredensborg Kommune": "2. Frederiksberg Kommune": "11. Slots": "11. Kreds; Lindevang": 2NO:549
"Nordsjællands Storkreds": "Hillerød Kommune": "3. Hillerød": "3. Øst": 1YES:2194
"Nordsjællands Storkreds": "Frederikssund Kommune": "4. Frederikssund": "4. Nord": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Frederikshavn Kommune": "1. Frederikshavn": "1. Nord": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Frederikshavn Kommune": "1. Frederikshavn": "1. Nord": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Morsø Kommune": "4. Thisted": "4. Thisted": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Thisted Kommune": "4. Thisted": "4. Thisted": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Rebild Kommune": "5. Himmerland": "5. Himmerland": 1YES:1900
"Nordjyllands Storkreds": "Aalborg Kommune": "7. Aalborg Øst": "7. Aalborg Øst": 1YES:1900
"Vestjyllands Storkreds": "Holstebro Kommune": "10. Holstebro": "10. Holstebro": 1YES:1900
"Vestjyllands Storkreds": "Ringkøbing-Skjern Kommune": "11. Ringkøbing-Skjern": "11. Ringkøbing-Skjern": 1YES:1900
"Vestjyllands Storkreds": "Viborg Kommune": "4. Viborg Øst": "4. Viborg Øst": 1YES:1900
"Østjyllands Storkreds": "Horsens Kommune": "10. Horsens": "10. Horsens": 1YES:1900
"Østjyllands Storkreds": "Hedensted Kommune": "11. Hedensted": "11. Hedensted": 1YES:1900
"Østjyllands Storkreds": "Århus Kommune": "2. Århus Vest": "2. Århus Vest": 1YES:1900
"Østjyllands Storkreds": "Randers Kommune": "7. Randers Syd": "7. Randers Syd": 1YES:1900
"Østjyllands Storkreds": "Randers Kommune": "7. Randers Syd": "7. Randers Syd": 1YES:1900
"Fyns Storkreds": "Odense Kommune": "1. Odense Øst": "Munkelund": 1YES:1900
"Fyns Storkreds": "Odense Kommune": "1. Odense Øst": "Skt. Jørgen": 1YES:1900
"Fyns Storkreds": "Odense Kommune": "2. Odense Vest": "Tarup Skole": 1YES:110
"Fyns Storkreds": "Odense Kommune": "3. Odense Syd": "Dalumskolen": 1YES:1721
"Fyns Storkreds": "Assens Kommune": "4. Assens": "Brylle": 3UGYLDIG:4
"Fyns Storkreds": "Assens Kommune": "4. Assens": "Kerte": 1YES:96
"Fyns Storkreds": "Middelfart Kommune": "5. Middelfart": "Strib": 1YES:668
"Sjællands Storkreds": "Odsherred Kommune": "10. Kalundborg": "Hørve": 1YES:490
"Sjællands Storkreds": "Odsherred Kommune": "10. Kalundborg": "Nykøbing": 1YES:847
"Sjællands Storkreds": "Slagelse Kommune": "12. Slagelse": "Slagelse Hallen": 2NO:491
"Sjællands Storkreds": "Slagelse Kommune": "12. Slagelse": "Vesthallen": 2NO:247
"Sjællands Storkreds": "Køge Kommune": "6. Køge": "Ejby": 1YES:738
"Sjællands Storkreds": "Lejre Kommune": "6. Køge": "Rye": 2NO:197
"Sjællands Storkreds": "Solrød Kommune": "7. Greve": "Det Sydlige Strandområde": 1YES:1699
"Sjællands Storkreds": "Roskilde Kommune": "8. Roskilde": "Jyllinge": 1YES:1158
"Sjællands Storkreds": "Holbæk Kommune": "9. Holbæk": "Holbæk Øst": 1YES:2018
"Sjællands Storkreds": "Sønderborg Kommune": "1. Sønderborg": "Dybbøl": 1YES:135
```


Task 6: Audit

- Convince 98 municipalities to check 1903 ballots.
- Generated and sent 98 emails
- 10% municipality participated
- Some municipalities chose not to participate
- Pilot is consistent with electoral law
- Size matters
- Diplomatic sensitivities

Afstemningssted: Roskilde Bymidte.
Dansk Folkeparti. Morten Messerschmidt
Stemmeseddel 15

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Roskilde Bymidte.
Folkebevægelsen mod EU. Christian Juhl
Stemmeseddel 18

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Roskilde Bymidte.
Venstre, Danmarks Liberale Parti. Ulla Tørnæs
Stemmeseddel 86

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Sankt Jørgen.
Folkebevægelsen mod EU. Rina Ronja Kari
Stemmeseddel 28

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Snoldelev.
Folkebevægelsen mod EU. Jørgen Grøn
Stemmeseddel 1

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Trekroner.
Det Konservative Folkeparti. Bendt Bendtsen
Stemmeseddel 18

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Trekroner.
SF - Socialistisk Folkeparti. Margrete Auken
Stemmeseddel 164

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Vindinge.
Dansk Folkeparti. Morten Messerschmidt
Stemmeseddel 99

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Vindinge.
Radikale Venstre. Samira Nawa Amini
Stemmeseddel 12

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Østervang.
Dansk Folkeparti. Morten Messerschmidt
Stemmeseddel 469

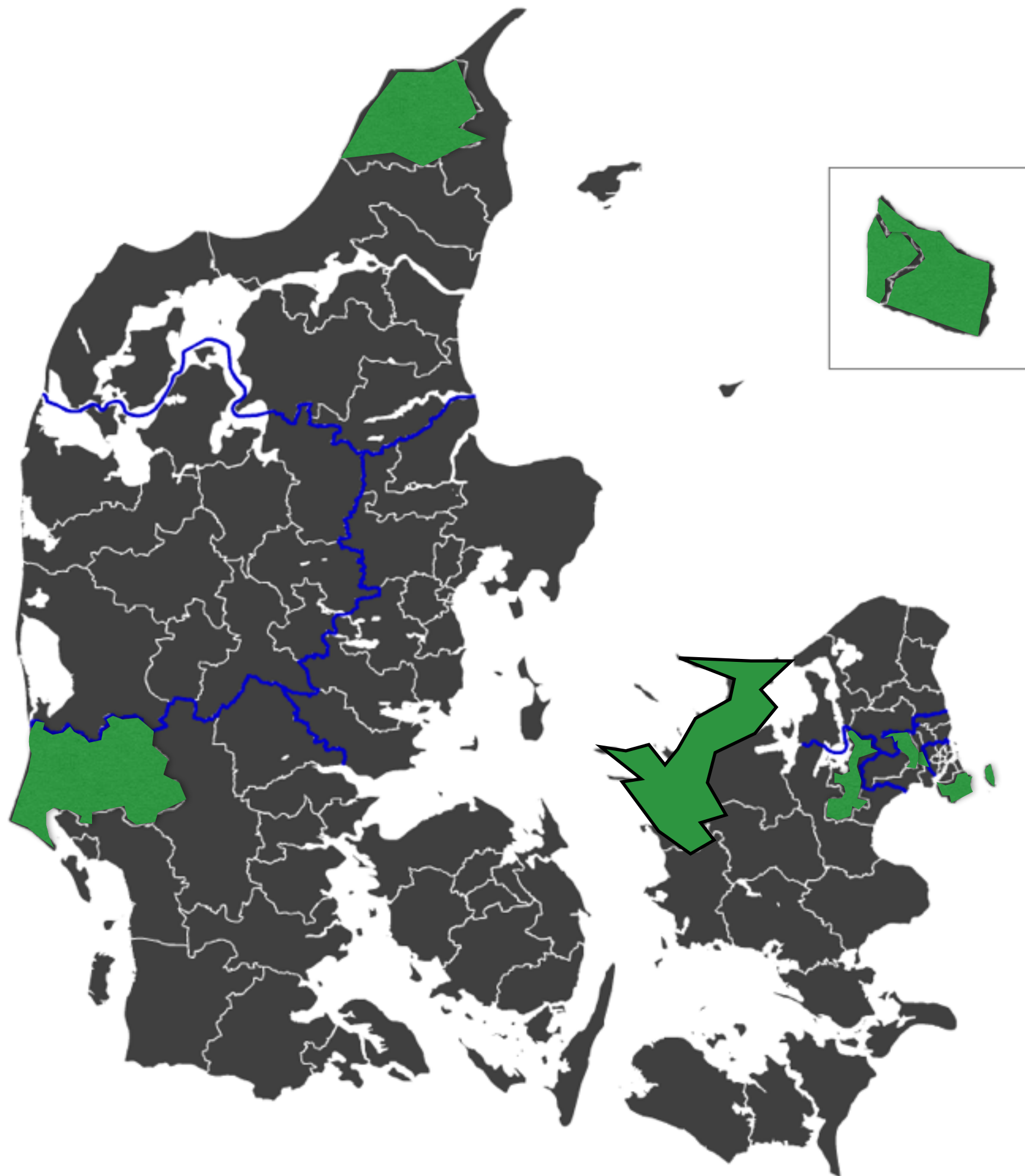
RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Østervang.
Folkebevægelsen mod EU. Rina Ronja Kari
Stemmeseddel 7

RIGTIG FORKERT

Afstemningssted: Østervang.
Socialdemokratiet. Jeppe Kofod
Stemmeseddel 204

RIGTIG FORKERT



Lessons Learned

- It is possible to organize a nationwide RLA for a parliamentary election
- Audit infrastructure plays an important role when using electronic voting technologies
- Election officials were grateful for insights
- Start to plan early and secure full support of the EMB

Would have, Could have, Should have

- the first risk-limiting audit conducted at 99.9% confidence
- the first risk-limiting audit of a parliamentary election
- the first risk-limiting audit of a national contest
- the first risk-limiting audit that crossed jurisdictional boundaries
- the first risk-limiting audit outside the U.S.A.
- the first risk-limiting audit of a hand-counted election
- the first risk-limiting audit to use sort-and-stack as ballot interpretation
- the smallest margin ever audited with a risk-limiting audit (0.34%)
- the largest contest ever audited with a risk-limiting audit (2.3m ballots)
- the largest sample ever audited in a ballot-level risk-limiting audit